

文章编号: 1006—4303(1999)03—0168—05

GIS 中空间拓扑关系的形式化描述

王丽萍¹, 潘云鹤², 邱飞岳³

(1. 浙江工业大学经贸学院, 浙江 杭州 310032; 2. 浙江大学 人工智能研究所, 浙江 杭州 310027;

3. 浙江工业大学 职教学院, 浙江 杭州 310032)

摘要: 介绍了空间拓扑关系的形式化描述的一些方法, 并提出了一种新的描述方法即基于 Voronoi 图的维扩展描述法。

关键词: 地理信息系统; 点集拓扑; 空间拓扑关系; 形式化语义

中图分类号: TP 351 **文献标识码:** A

0 引言

近年来, 计算机技术发展非常迅速, 虽然 GIS 的输入、存储和输出功能进展较快, 但是空间分析功能的发展就显得比较落后。而空间分析是建立在空间目标位置和属性表达以及目标间复杂空间关系表达的基础上, 若要提高空间分析能力, 必须解决空间关系描述与表达。GIS 传统的基于矢量数据结构的结点——弧段——多边形, 用于描述地理实体之间的连通性、邻接性和区域性。这种拓扑关系难以直接描述空间上虽相邻但并不相连的离散地物之间的空间关系。

空间拓扑关系描述已有三种方法: 基于点集拓扑的四元组、九元组和维扩展法^[1]。这些方法已能够较好地描述两个空间目标的交集不为空的拓扑关系。但是还不能比较好地描述两个空间目标的交集为空的拓扑关系。

本文利用文献[2]中有关 Voronoi 图(Voronoi Diagram)的概念, 对文献[2]作者提出的空间拓扑关系描述方法作了适当的改进, 提出了基于 Voronoi 图的维扩展描述法。

基于 Voronoi 图的维扩展描述法能非常清楚地表达空间目标间的交集为空的拓扑关系特别是邻近关系, 并且继承了维扩展法的全部优点, 能够较好地描述连接在一起的目标间的空间拓扑关系。

1 有关 Voronoi 图的基本概念

Voronoi 图是把图论和几何求解混合起来的一种图案。它把空间的邻接定义为多边形的邻接, 采用等距离原则确定任一物体所处 Voronoi 多边形的边界线, 从而使地图的三种基本图形数据点、线和面纳入某种邻接物的集合。

收稿日期: 1999—01—05; 修改稿收到日期: 1999—03—20

基金项目: 浙江省教委基金资助项目(981085)

作者简介: 王丽萍(1964—), 女, 在读博士, 浙江工业大学经贸学院, 主要从事 MIS、GIS 的研究。

©1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

定义 1 设有空间目标簇 $P = \{P_1, P_2, P_3, \dots, P_n\} \subseteq R^N$, $V(P_i) = \{y \mid \text{Dist}(y, P_i) \leq \text{Dist}(y, P_j) \text{ 对所有 } j\}$, 式中 $\text{Dist}(y, P_i)$ 点 y 到 P_i 的最小距离, $V(P_i)$ 被称为空间目标的 Voronoi 多边形, $V(P) = \{V(P_1), V(P_2), \dots, V(P_n)\}$ 则被称为 Voronoi 图。

根据以上定义, 可知 $V(P_i)$ 是由这些点构成的, 这些点到 P_i 的距离比到 $P_j (i, j = 1, \dots, n, j \neq i)$ 的距离要近, 从而可以构造出点、线、面作为生成元的不同 Voronoi 图。要注意的是点源和线源、面源, 线源和面源之间的 Voronoi 多边形边界线是抛物线, 而点源与点源之间, 线源和线源之间的 Voronoi 多边形边界线是直线。

由前面点集拓扑的基本概念, 同样可以给出如下定义:

定义 2 空间目标 A 的 Voronoi 区域定义为 V^A , $V^A = V(A) - A$ 。并且用 $\partial X_i, X_i^0, X_i^E$ 分别表示空间目标 X_i 的边界、内部和外部。

2 基于点集拓扑的空间拓扑关系描述

2.1 四元矩阵及九元矩阵描述法

两个空间目标间的空间拓扑关系是指在拓扑变换(旋转、平移、缩放等)下保持不变的空间关系, 即拓扑不变量。Egenhofer 和 Franzosa^[3] 提出了四元矩阵描述法, 它通过判断两者边界和内部产生的四组交集是空(用 0 表示)与非空(用 1 表示)来确定, 四组交集正好构成一个二行二列的矩阵。假设有两个空间目标 X_1 和 X_2 其四元矩阵可以表示成为

$$R_4(X_1, X_2) = \begin{pmatrix} \partial X_1 \cap \partial X_2 & \partial X_1 \cap X_2^0 \\ X_1^0 \cap \partial X_2 & X_1^0 \cap X_2^0 \end{pmatrix}$$

四元矩阵内的每一项都有 0 和 1 两种可能性, 从而两个空间面状目标总共会产生 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ 种可能拓扑空间关系, 排除没有实际意义的仅剩 8 种, 用矩阵表示如下:

上述拓扑空间关系可以很好地描述空间目标之间的 Connectivity 和 Include 等拓扑关系, 但是不能较好地描述 Neighborhood 和 Disjoint 此类拓扑空间关系。如图 1 和图 2 所示的 Neighborhood 拓扑空间关系, 其具有相同的四元矩阵, 无法区分。

$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ disjoint	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ in	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ in	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ meet
$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ equal	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ cover	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ cover	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ overlap

Egenhofer^[4] 在此基础上扩展而来的九元矩阵描述框架则利用了两个空间目标的边界、内部和外部所形成的九个交集组成一个九元矩阵来描述的。假设有两个空间目标 X_1 和 X_2 , 其九元矩阵可以用 $R_9(X_1, X_2)$ 来表示

$$R_9(X_1, X_2) = \begin{pmatrix} \partial X_1 \cap \partial X_2 & \partial X_1 \cap X_2^0 & \partial X_1 \cap X_2^E \\ X_1^0 \cap \partial X_2 & X_1^0 \cap X_2^0 & X_1^0 \cap X_2^E \\ X_1^E \cap \partial X_2 & X_1^E \cap X_2^0 & X_1^E \cap X_2^E \end{pmatrix}$$

九元矩阵内的每一项都只有 0 和 1 两种可能性。这种扩展了的九元矩阵拓扑空间关系描述框架更加细致地、全面地描述了空间目标之间的 Connectivity 和 Include 等拓扑关系。这种九元矩阵虽然改进了四元矩阵描述框架的不足, 但是它仅仅用空集和非空集两种结果来区分两个空间目标内部、边界和余之间的交集, 因此, 该方法仍有一定的局限性。

2.2 维扩展法

尽管四元矩阵、九元矩阵拓扑空间关系描述框架能较好地形式化描述拓扑空间关系,但在有些情况下它也不能区分。如两个面状目标有一个公共点和有一条公共边两种情况(如图 1, 图 2 所示), 都属于 meet 关系, 但在该框架下它们的描述形式却是一样的。

图 1 meet

图 2 meet

Clementini^[5] 等人在 Egenhofer 所定义的四元

组基础上, 运用维扩展法 (dimension extension method), 即用两个空间目标边界与内部之间交集的维数, 作为描述两个点集间拓扑空间关系的框架。若两维平面中两目标没有公共元素则交集为空, 记为 0; 两目标交于一个点则表示为 0D; 交于一条线则表示为 1D; 若两者交于一个区域则表示为 2D。假设有两个空间目标 X_1 和 X_2 , 应用维扩展法描述的拓扑关系, 同样可以用四元矩阵表示

$$R_4^*(X_1, X_2) = \begin{pmatrix} \partial X_1 \cap \partial X_2 & \partial X_1 \cap X_2^0 \\ X_1^0 \cap \partial X_2 & X_1^0 \cap X_2^0 \end{pmatrix}$$

维扩展四元矩阵 $R_4^*(X_1, X_2)$ 依据其不同的取值, 维扩展法描述的拓扑关系表示的情况如图 3。

上面的表示说明了利用维扩展法描述面状目标与面状目标之间的拓扑关系的情形, 面与线, 面与点, 线与线, 线与点, 点与点之间情况与此类似。

维扩展法与四元矩阵拓扑空间关系描述框架相比较, 能够很好地将两个空间目标的交集是空、点、线或面四种情况区分开, 但同四元矩阵拓扑空间关系描述框架一样, 不能描述 Neighborhood 和 Disjoint 等空间目标分离的拓扑关系。

$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1D & 2D \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0D & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1D & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
disjoint	in	meet	meet

图 3

综上所述, 基于点集拓扑的空间关系描述框架能够十分有效的描述有公共元素的空间目标间的拓扑关系, 甚至能够根据交集的维数更进一步区分成为各种不同的形式。但是基于点集拓扑的空间关系描述框架无法描述分离的、没有公共元素的目标间的拓扑空间关系, 这正是其缺点所在。

3 基于 Voronoi 的维扩展空间拓扑关系描述法

由空间目标所生成的 Voronoi 图上, 每个 Voronoi 多边形与其生成的空间目标一一对应, 这些 Voronoi 多边形互不重叠构成二维平面的一个划分。Voronoi 图可以很好地描述空间邻近关系。

鉴于维扩展法的优点, 如果将 Voronoi 图和维扩展法有机地结合起来, 那么在同一个描述方法下, 既可以描述交集不为空的两个空间目标的拓扑空间关系, 也可以很好地描述交集为空的两个空间目标的拓扑空间关系。

据前面对 Voronoi 图的定义, 很显然, 任何一个 Voronoi 多边形, 都有三部分组成:

Voronoi 区域 V^X , 空间目标的边界 ∂X 和空间目标的内部 X^0 。 $V(X) = V^X \cup \partial X \cup X^0$ 。假设有两个空间目标 X_1 和 X_2 , 利用 Voronoi 多边形的映射, 我们可以构造一个基于 Voronoi 图的九元矩阵 $R_9^*(X_1, X_2)$ 来描述空间目标的拓扑关系

$$R_9^*(X_1, X_2) = \begin{pmatrix} f(V^{X_1}, V^{X_2}) & f(V^{X_1}, \partial X_2) & f(V^{X_1}, X_2^0) \\ f(\partial X_1, V^{X_2}) & f(\partial X_1, \partial X_2) & f(\partial X_1, X_2^0) \\ f(X_1^0, V^{X_2}) & f(X_1^0, \partial X_2) & f(X_1^0, X_2^0) \end{pmatrix}$$

假定两个空间目标 X_1, X_2 的映射为 $f(X_1, X_2)$, 则定义映射 $f(X_1, X_2)$ 如下:

$$f(X_1, X_2) = \begin{cases} 0 & \text{若目标 } X_1, X_2 \text{ 没有公共元素;} \\ 1 & \text{若存在 } x_1 \in X_1^E \quad x_2 \in X_2 \text{ 或 } x_1 \in X_1 \quad x_2 \in X_2^E \text{ 使得 } x_1 = x_2; \\ 0D & \text{若两目标的边界和内部交于一个点;} \\ 1D & \text{若两目标的边界和内部交于一条线;} \\ 2D & \text{若两目标的边界和内部交于一个区域;} \end{cases}$$

很显然, 我们可以得出以下结论:

- ① 若 $f(V^{X_1}, V^{X_2}) = 0$, 则有 $f(V^{X_1}, \partial X_2) = 0, f(V^{X_1}, X_2^0) = 0, f(\partial X_1, V^{X_2}) = 0, f(\partial X_1, \partial X_2) = 0, f(\partial X_1, X_2^0) = 0, f(X_1^0, V^{X_2}) = 0, f(X_1^0, \partial X_2) = 0, f(X_1^0, X_2^0) = 0$ 。
- ② $f(V^{X_1}, \partial X_2) + f(V^{X_1}, X_2^0) + f(\partial X_1, V^{X_2}) + f(\partial X_1, \partial X_2) + f(\partial X_1, X_2^0) + f(X_1^0, V^{X_2}) + f(X_1^0, \partial X_2) + f(X_1^0, X_2^0) \neq 0$, 则有 $f(V^{X_1}, V^{X_2}) \neq 0$

定义3 若 $f(V^{X_1}, V^{X_2}) = 1, f(V^{X_1}, V^{X_3}) \neq 0, f(V^{X_2}, V^{X_3}) = 1$, 则称两目标为次邻近。此时令 $f(V^{X_1}, V^{X_3}) = -1$ 。

根据给出的映射, 稍加分析, 就可列出目标间的空间关系所对应的九元矩阵。下面就以面状目标为例, 列出了比较典型的几种情形:

$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 次邻近	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ disjoint	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 邻近	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1D & 2D \end{pmatrix}$ in
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1D \\ 0 & 0 & 2D \end{pmatrix}$ in	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1D \\ 0 & 1D & 0 \end{pmatrix}$ meet	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0D & 0 \\ 0 & 1D & 2D \end{pmatrix}$ in	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0D & 1D \\ 1 & 1D & 2D \end{pmatrix}$ overlap

另外的五种空间关系组合 Area/Line, Area/Point, Line/Line, Line/Point, Point/Point 其论述和推导的方法和上述过程类似。从上面可以看出, 对于两个面状目标有一个公共点和有一条公共边两种情况, 该方法也能明确加以区别。因此, 基于 Voronoi 图的维扩展法不仅可以描述隔离开的物体的空间邻近关系, 而且具备维扩展法描述拓扑空间关系的优点。

4 小 结

综上所述, 空间目标及空间目标的 Voronoi 图的点集表示, 使得每一个空间目标的 Voronoi 图都可以被分成三部分, 即 Voronoi 区域, 空间目标的边界, 空间目标内部。由此可以定义一个基于 Voronoi 图的九元矩阵, 通过对九元矩阵的分析, 可以得出目标间的拓扑关

系。本文利用这种方法和思想,列出了面状地物与面状地物之间的各种形式,通过分析和论证表明:这种基于 Voronoi 图的维扩展拓扑空间关系描述法不仅保留了维扩展拓扑空间关系描述框架的完备性,而且可以描述隔开的物体的空间邻近关系。

当两个空间目标隔离开时(Disjoint),利用 Voronoi 图的维扩展法描述空间目标间的邻近关系非常有效。可以肯定,Voronoi 图在 GIS 的空间拓扑关系分析中的作用是不可忽视的。

参 考 文 献

- [1] GoH C M. 1992. Problem with handling spatial data——the Voronoi approach [J]. CISM Journal, 1991, 45(1): 65—80.
- [2] 陈 军. Voronoi 铺盖与离散空间中 V D 图的建立. 中国地理信息系统协会首届年会论文集 [C], 武汉: 武汉测绘大学出版社, 1995.
- [3] Egenhofer M J, Franzosa D R. Point-set topological spatial relations [J]. In: International Journal of GIS, 1991, 5(2): 161—174.
- [4] Clementini E, Felice D P. A small set of formal topological relationships suitable for end-user interaction [C]. In: Advances in spatial database Springer-Verlag, 1993, 277—295.
- [5] Eliseo Clementini, Jayant Sharma, Max J. Egenhofer. Modeling topological spatial relations: Strategies for query processing [J]. Comput. & Graphics, 1994, 18(6): 815—822.
- [6] Jeffrey Star. Geographic information system—An introduction [M]. Prentice Hall, 1990.
- [7] 熊金城. 点集拓扑讲义 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1984.

Formal description of the topological spatial relationship in GIS

WANG Li-ping¹, PAN Yun-he², QIU Fei-yue³

(1. Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, China; 2. Artificial Intelligence Institute, Zhejiang University 310027, China; 3. Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, China)

Abstract: This paper introduces some methods to describe the topological spatial relations in formal semantics, and presents a new approach in this field on the basis of dimension extension of voronoi diagram.

Key words: geographical information system; point set topology; topological spatial relationship; formal semantics