

关于数学核心素养的几个问题

马云鹏

(东北师范大学 教育学部, 吉林 长春 130024)

摘要:《义务教育数学课程标准(2011年版)》提出10个核心素养,从学生发展和数学课程教学的角度理解,数学核心素养是学生学习数学应当达成的有特定意义的综合性能力。数学核心素养与数学课程的四方面内容有密切关系。数学核心素养具有综合性、阶段性和持久性的特征。数学基本思想统领数学和数学教育,数学核心素养更侧重数学学习的深层次目标,数学思想方法更强调学习数学过程中运用的反映一定数学思想的具有操作性的方法。

关键词:核心素养;小学数学;数学思想;数学思想方法

中图分类号:G623.5 **文献标志码:**A **文章编号:**1000-0186(2015)09-0036-04

随着基础教育课程改革的不断深入,人们越来越关注学生素质的培养。就数学学科而言,更关注学生的数学素养的提高,特别是有关数学核心素养的问题更引起广泛的讨论。如何理解数学核心素养,数学核心素养与数学基本思想、数学思想方法等之间的关系如何,本文试对这些问题谈一谈自己的理解。

一、对数学核心素养的理解

数学核心素养是数学学习者在学习数学或学习数学某一个领域所应达成的综合性能力。数学核心素养是数学的教与学过程应当特别关注的基

本素养。

《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称《标准》)明确提出10个核心素养,即数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想、应用意识和创新意识。在《〈义务教育数学课程标准(2011年版)〉解读》等一些材料中,曾把这些表述称为核心概念,但严格意义上讲,把这些表述称为“概念”并不合适,它们是思想、方法或者关于数学的整体理解与把握,是学生数学素养的表现。^①因此,把这10个表述称为数学核心素养是恰当的。数学核心素养可以理解为学生学习数

^①《标准》中只是提出并解释了这些词的含义,并未明确称之为“概念”。这些内容在2001年的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》中已经出现了六个,《标准(实验稿)解读》称之为核心词。核心词和核心概念都是习惯性的说法,并不是确切的表述。本文将这些表述称为数学核心素养,一方面是由于这些表述是数学知识技能上位的東西,与数学能力相关,但又不限于数学能力,很大程度上反映了数学思想;另一方面,核心素养是近年来关注较多的一个问题,用核心素养描述这些表述要比核心词和核心概念更贴切,更符合这些表述所反映的实质。

收稿日期:2015-06-10

作者简介:马云鹏,1954年生,男,吉林洮南人,东北师范大学教育学部教授,博士生导师,中国教育学会小学数学教学专业委员会副理事长,国家基础教育课程教材专家工作委员会委员,教育部高等学校小学教师培养教学指导委员会副主任,主要从事中小学数学教育、基础教育课程、学校改进等研究。

学应当达成的有特定意义的综合性能力。核心素养不是指具体的知识与技能，也不是一般意义上的数学能力。核心素养基于数学知识技能，又高于具体的数学知识技能。核心素养反映数学本质与数学思想，是在数学学习过程中形成的，具有综合性、阶段性和持久性。数学核心素养与数学课程的目标和内容直接相关，对于理解数学学科本质，设计数学教学，以及开展数学评价等有着重要的意义和价值。

“数学素养是指当前或未来的生活中为满足个人成为一个会关心、会思考的市民的需要而具备的认识，并理解数学在自然、社会生活中的地位和能力，作出数学判断的能力，以及参与数学活动的能力。”^[1]可见，数学素养是人们通过数学的学习建立起来的认识、理解和处理周围事物时所具备的品质，通常是在人们与周围环境产生相互作用时所表现出来的思考方式和解决问题的策略。人们所遇到的问题可能是数学问题，也可能不是明显的和直接的数学问题，而具备数学素养的人可以从数学的角度看待问题，可以用数学的思维方法思考问题，可以用数学的方法解决问题。比如，人们在超市购物时常常发现这样的情境，收银台前排了长长的队等待结账，而只买一两样东西的人也同样和买多样东西的人排队等候。有位数学家看到这种情境马上想到，能否考虑为买东西少的人单独设一个出口，这样可以免去这些人长时间地等候，会大大提高效率。那么问题就出现了，什么叫买东西少，1件、2件、3件或4件，上限是多少？设定不同件数会对收银的整体情况产生什么影响？因此，会想到用统计的方法，收集不同时段买不同件数东西人的数量，用这个数据可以帮助人们作出判断。在这个过程中，至少从两个方面反映面对这样的情境，具有一定的数学素养有助于帮助人们提出问题和解决问题。首先是数感，具有数感的人会有意识地把一些事情与数和数量建立起联系，认识到排队结账这件事中有数学问题，人们买东西的数量（个数）与结账的速度有关系。买很少的东西也同样排很长时间队，一方面会显得交款处排很长的队，另一方面这些只买很少东西的人在心理上会产生焦虑。其次是数据分析观念，解决这个问题时需要数据分析观念，用具体的数据说话会有

说服力地解决这个问题。从这个例子中可以了解到，具备数学素养可能有助于人们在具体的情境中发现问题、提出问题和解决问题。而这个情境本身可能并非有明显的数学问题。

《标准》提出的这些数学核心素养一般与一个或几个学习领域内容有密切的关系。某些核心素养与单一的学习领域内容相关。例如，数感、符号意识、运算能力与“数与代数”领域直接相关。在学习数的认识、数的运算、字母表示数等内容时与这些核心素养直接联系。数的认识的学习过程有利于形成学生的数感，数感的建立有助于学生对数的理解和把握。空间观念与“图形与几何”领域密切相关。学习图形的认识和图形的关系等内容应注重学生空间观念的发展。学生探索一个正方体有多少个面，怎样求易拉罐的表面积等内容时都需要空间观念的支撑。数据分析观念与“统计与概率”领域直接相关，数据的收集、整理、呈现和判断的整体过程是形成学生的数据分析观念的过程。

有些核心素养与几个领域都有密切的关系，不直接指向某个单一的领域，包括几何直观、推理能力和模型思想。几何直观在学习图形与几何、数与代数等领域的内容时都会用到。在解决具体数学问题时，可以采用画图的方法帮助理解数与代数问题中的数量关系。推理能力在几个领域的学习中都会用到。推理在几何中经常运用，特别是初中阶段的平面几何的证明。在数与代数中也常常用到推理。在小学数学教学中归纳是常用的思维方式。演绎也会经常用到，最简单的在表述一些运算的算理时，其实用到了演绎推理的方法。如在学习“20以内退位减法”时，“看减法，想加法”是用加减之间互为逆运算的方法来算的。而这个过程通常表述为，“因为 $9+6=15$ ，所以 $15-9=6$ ”，这里事实上没有把“加减之间互为逆运算”这个大前提表述出来，加上这个大前提就是一个完整的演绎推理的过程。

模型思想同样在“数与代数”“图形与几何”以及“统计与概率”中都会用到。如“时、分、秒”可以从建立时间模型的角度理解。方程的学习更是一个建模的过程。数轴和直角坐标系都是刻画空间位置的模型。“最简单的一维几何模型是一条线，如果在线上标出原点、单位、方向，

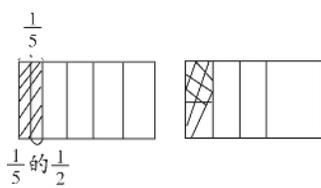
则称这样的线为数轴。”^[2]

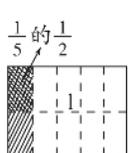
“实践意识”与“创新意识”具有综合性、整体性，在“综合与实践”领域中有突出的表现，但不局限于这个方面的内容，应当是贯穿整个小学数学教育全过程。

二、数学核心素养的特征

按照上述对数学核心素养的理解，数学核心素养具有综合性、阶段性和持久性的特征。

我们不妨用一个与“几何直观”有关的例子来说明数学核心素养的几个特征。在2013年第十一届全国小学数学观摩课中一节“分数乘法”^①的教学中，要解决的问题是“每小时织围巾 $\frac{1}{5}$ 米， $\frac{1}{2}$ 小时织多少米？”。教师引导学生用画图的方法解决 $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2} =$ 。教师引导学生：“如果一个长方形表示1米长的围巾，我们应该先画什么，再画什么？”学生2人一组画图表示这一数量关系。然后展示学生的不同表示方法。其中有两种典型的方法如下：


两种方法的不同在于第二步，方法1在第二次分的时候仍然是按第一次分的同样方式把一个小长方形平均分成2份；方法2却用画一条小横线的方式来分。两种方法看起来没有差别，但当教师问：为什么得到的结果是 $\frac{1}{10}$ 的时候，第2种方法就显得比第1种方法更清楚。一个男生说了一句关键性的话“加一个辅助线”，形成下面的情况。


在这个图中可以清楚地看到 $\frac{1}{5}$ 的 $\frac{1}{2}$ 是 $\frac{1}{10}$ ，也就是 $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$ 。
借助上面的案例，我们来分析数学核心素养的特征。

首先是综合性。综合性是指数学核心素养是数学基础知识、基本能力、数学思考和数学态度

等的综合体现。数学基础知识和基本能力可以看作数学核心素养的外显表现。在上面用几何直观表示分数乘法的过程中，需要运用分数的意义、乘法的意义、乘法运算、用图表示分数等基础知识和基本技能。同时，学生要思考用什么样的方式可以更好地表示出这样一种数量关系。这是一种综合的能力。核心素养总是基于数学的基础知识和基本能力实现的，并且外化于运用基础知识和基本能力解决问题的过程。同时，数学核心素养也促进数学基础知识的深刻理解和数学基本能力的提升。数学思考与数学态度作为数学核心素养的内隐特质。核心素养的形成需要对数学内部和数学外部之间的各种关系进行深入理解和综合运用，在这个过程中，数学的思考和思考方式以及数学态度起着重要作用，而这种作用往往不是直接看到的，是内隐于解决问题过程之中的。在上面的例子中，教师已经事先提示学生，用一个长方形表示一个1米长的围巾，并事先准备好长方形纸，让学生来做，以及提示学生先画什么，再画什么。如果教师不用这样的提示，可能学生会作出各种不同的几何直观的表现方式。这会显示出学生不同的思考方式和学习数学过程中的态度。

其次是阶段性。阶段性是指学生的数学核心素养表现为不同层次水平、不同阶段。在上面的例子中，学生用不同的方式表现分数乘法的过程。分一个长方形的方式和顺序不同，表现了学生运用几何直观的不同水平。五年级的学生可以在一个图中表示出两种不同的数量关系，并理解它们之间的联系。而低年级的学生可能达不到这种水平。在一个图中只表达一种数量关系。到了初中，学生可以用更复杂的方式表达数量关系，几何直观的水平会更高。这反映了几何直观的不同阶段。数学核心素养的水平 and 层次划分，是一个复杂的问题，不同的核心素养也有各自的特点。这将是一个值得深入研究的问题。

最后是持久性。持久性是指数学核心素养的培养不仅有助于学生对数学知识的理解与把握，还是伴随学生进一步学习，以及将来走向生活和工作的历程。在上面的例子中，运用图表等直观

① 本节观摩课由山东刘万元老师执教。

的形式表达复杂数量关系的能力，作为学生的数学素养，可以一直伴随他的学习和生活。学生到中学、大学，乃至走向生活和工作，也会有意识地运用几何直观的方式解决问题，包括数学问题和数学以外的问题。这体现了这一核心素养的持久性。

三、数学核心素养与相关概念的关系

与数学核心素养有着密切关系的还有数学基本思想、数学思想方法等概念。按照上述对数学核心素养的理解，我们可以尝试分析这几个概念之间的关系。

数学基本思想是《标准》提出的“四基”之一，也是义务教育阶段学生应当达到的重要目标之一。数学基本思想是数学科学本质特征的反映，是数学科学的基石。史宁中认为，数学基本思想“是数学发展所依赖、所依靠的思想”。^[3]数学基本思想是研究数学科学不可缺少的思想，也是学习数学，理解和掌握数学所应追求和达成的目标。“数学发展所依赖的思想在本质上有三个：抽象、推理、模型，其中抽象是最核心的。通过抽象，在现实生活中得到数学的概念和运算法则，通过推理得到数学的发展，然后通过模型建立数学与外部世界的联系”。^[3]把抽象、推理和模型作为数学的基本思想与数学具有抽象性、严谨性和广泛的应用性的基本特征是一致的。抽象性就是抽象思想的体现，严谨性来自合乎逻辑的推理，广泛的应用性恰是通过建立数学模型使数学与现实中的问题建立联系，解决更广泛的实际问题。对于数学教育而言，了解数学科学发展所依赖的数学基本思想是必要的，也是最基本的目标。这体现了对数学学科的基本理解与把握，及

对数学这门学科基本的思维方式的理

解。数学的思想方法是学习数学，特别是解决数学问题所运用的方法。这些方法一般来讲是具有一定的可操作性，同时反映数学的某些思想，不是一般意义上的具体方法。在数学学习和解决数学问题过程中，人们形成了一些重要的数学思想方法，如转换的思想方法、数形结合的思想方法、等量替换的思想方法、特殊化的方法、穷举的方法等。在小学数学教育中，经常运用这些思想方法解决一类数学问题。如用转换的思想方法学习平行四边形面积公式，将平行四边形转换成长方形，由长方形的面积=长×宽，得知平行四边形的面积=底边×高。用等量替换的方法解方程等。

从上述的理解中，可以尝试分析这三个概念之间的关系。数学基本思想是统领整个数学和数学教育的思想，对于研究数学和学习数学的人都有重要指导意义。同样，数学基本思想对数学核心素养也是上位的具有指导性的。或者可以理解数学核心素养是数学基本思想在学习某一个或几个领域内容中的具体表现。数学思想方法则是体现如何从操作层面上实现数学核心素养和体现数学基本思想的方法或能力。

参考文献：

- [1] 马云鹏，张春莉. 数学教育评价 [M]. 北京：高等教育出版社，2003：199.
- [2] 史宁中. 数学思想概论（第5辑）：自然界中的数学模型 [M]. 长春：东北师范大学出版社，2012：118.
- [3] 史宁中. 数学思想概论（第1辑）：数量与数量关系的抽象 [M]. 长春：东北师范大学出版社，2008：1.

（责任编辑：王维花）

Several Issues about the Core Literacy of Mathematics

Ma Yunpeng

(Faculty of Education, Northeast Normal University, Changchun Jilin 130024, China)

Abstract: In the *Standard of Mathematics Curriculum for Compulsory Education* (2011 edition), ten core literacy are stated. The core literacy of mathematics means students' integrated math-learning ability, and it is closely related to the four aspects of contents of the math curriculum. The core literacy of mathematics embodies comprehensive, staged and persistent features. The basic mathematics thought dominates mathematics and mathematics education. The core literacy of mathematics focuses on deeper goals of math-learning, and mathematics thinking methods emphasizes on operational means of math-learning.

Key words: core literacy; primary mathematics; mathematics thought; mathematics thinking method