

# 数学学习心理研究概述

黄加阳

(泉州第一中学, 福建 泉州 362002)

**摘要:** 数学学习心理研究是数学教育理论研究的基点。由于数学本身的抽象性、严谨性和广泛应用性, 数学学习心理的研究不能简单地移植一般学习心理学的研究结论, 而应更多地从数学学科的特征出发。对已有研究的概括和分析, 有助于认清数学学习心理研究的发展方向, 辩证地看待数学学习心理研究的成果, 推动数学学习心理研究的繁荣和深化。

**关键词:** 数学学习; 学习心理; 认知学习

**中图分类号:** G447

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1673-4823(2016)02-0100-05

## 一、数学学习心理研究概况

数学学习既有一般学习的特征, 又有其自身的特殊规律。数学学习心理学作为专门研究课题始于20世纪70年代。1976年在德国卡尔斯鲁厄召开的第三届国际数学教育大会上, 成立了国际数学教育心理学组织(IGPME), 菲施拜因当选为第一任主席。1977年在荷兰乌德列支召开的第一届国际数学教育心理学年会, 标志着对数学教育心理的系统研究全面展开。前ICMI秘书长M.Niss在第九届国际数学教育大会(东京, 2000)上所作的报告中指出: 数学学习研究已成为当前数学教育研究中最重要研究对象”。<sup>[1]</sup>

数学教育理论三大支柱之一的数学学习理论作为一个专门领域开展研究具有重要实践意义。其一, 从逻辑关系上看, 数学学习论是数学教学论与数学课程论研究的依据与出发点, 一切教师的教都是为了学生更好的学, 一切教材的编写都必须符合学生的心理认知规律。其二, 从数学学科角度上看, 数学学习有其自身的特殊规律。这种特殊规律的显著特征之一体现在数学实践活动与数学抽象认识的辩证统一, 对实践活动与抽象认识的相互作用的内在机

制的考察显然离不开作为中介的数学学习心理过程。其三, 从一般学习心理研究的发展趋势看, 当今心理学家们更加关注教育实际、更加注重教育情境中的实际应用研究。国际数学教育心理学组织IGPME曾明确指出“我们不应从普遍的、中性的学习理论出发提出数学学习理论, 而应集中注意特定内容的学习过程”。<sup>[2]</sup>

数学学习研究在中国起步较晚, 与其他数学教育研究分支相比, 是一个较薄弱的环节, 研究水平远落后于国际水平。然而, 近年来数学学习研究有许多进展。尤其是2001年举办的主题为“数学学习研究”的“数学教育高级研讨班”, 回顾总结了中国的数学学习研究, 对研究现状和水平作了分析, 通过辨析西方数学教育心理学或学习理论若干流派、观点, 对数学学习研究今后的研究取向、研究方法、研究选题提出了富有建设性的观点与建议。

从20世纪80年代后期以来, 自扬州大学的毛鸿翔、季素月撰写第一本数学教育心理学专著《数学教学与学习心理学》至今, 许多数学教育研究工作者及一线教师潜心钻研, 撰写了大量数学学习心理学论文, 已出版数学教育心理学著作十几本, 主要著作

[收稿日期] 2016-02-23

[基金项目] 泉州师范学院高等教育教学改革研究项目(课题编号: JAX14033)。

[作者简介] 黄加阳(1967—), 男, 福建泉州人, 中教高级, 主要从事中学数学教育教学工作。

有:《认知科学 建构主义与数学教育》(郑毓信、梁贯成 1998)、《数学教育心理学》(曹才翰、章建跃 1999)、《PME:数学教育心理》(李士钊 2001)、《数学教育心理学》(喻平 2004)等,限于篇幅,这里不再一一列举。中国数学教育心理学的研究经历了从无到有,从零星到系统,从表层到深层的探索之路,逐渐开创了一个崭新的研究领域,而且取得了一些有一定理论价值和实践意义的成果。”<sup>[3]</sup>这些研究为国内数学学习心理研究的理论构建奠定了坚实的基础,为数学学习心理研究提供了方法论的指导。

## 二、数学学习心理研究的主要内容及进展

根据对已发表的论文和出版的专著进行整理归纳,尽管国内对数学学习心理研究的时间不算长,但是研究主题涉及面较广,内容也颇为丰富,主要研究包括以下几个方面。

### (一)理论基础方面

理论基础方面的研究主要包括建构主义的基本观点、特征、实质,不同学派建构主义的辨析。建构主义在现代的兴起,可以视为从认识论的高度对心理学,特别是认知心理学的研究成果进行深入分析的直接成果”<sup>[4]</sup>。从总体上看,理论基础研究侧重由行为主义向认知主义转变,从更多地关注学习的外在行为特征向更多地考察学习的内部心智活动转变,强调数学学习的元认知及数学学习的监控。数学学习的实质就是数学知识结构的重组和改造;数学学习的过程是认知结构的同化或顺应过程,认识的获得必须用一个将结构主义和建构主义紧密结合的理论来说明”<sup>[5]</sup>。这方面的研究作为数学学习研究奠定了牢靠的理论基础,提供了深入研究数学学习认知规律的有效平台,促进实践中数学学习指导的观念转变。关于数学学习理论的新进展主要表现为对建构主义的主动反思,由于建构主义作为一种哲学体系本身也存在局限性,如理论的逻辑起点,应用的条件等,其观点虽然普遍被当作一种教育思想或理念来解释学习的行为,但它并不是一种教学方法。”<sup>[6]</sup>

### (二)心理过程方面

心理过程方面的研究主要有数学学习过程的心理规律,心理变化过程的模型;数学概念学习的特点,数学训练的必要性如熟能生巧;数学记忆的规律、方法,数学学习的心理障碍及对策,解题迁移的

机制的实验研究;认知加工水平对解平面几何问题迁移的影响,类比迁移中的作用,样例表面内容对数学问题解决类比迁移的影响;程序性知识的学习迁移,样例和练习在促进解题迁移能力中的作用。综上所述,数学学习过程与个体是如何理解数学、如何操作数学密切相关。数学教学的目标之一在于寻求学生的“真正理解”,关于数学理解方式研究成为数学学习过程研究的新热点。对于究竟什么是“数学理解”?可以说,这是一个仁者见仁、智者见智的问题。事实上,对知识的理解与知识的表征密切相关,通常而言,“我已理解了这个数学概念”主要是指认识数学概念的本质属性,能够迅速提取头脑中的相关数学知识并将它应用于具体的情景中。Skemp把数学理解分为“关联性理解”和“工具性理解”。关系性理解“既注重算法,也强调算理,即不仅知道‘做什么’,而且知道‘为什么这样做’;而‘工具性理解’则只知道‘如何操作’,而不知道‘为什么这样操作’。国内有的学者则把数学理解分为三个层级,即记忆性理解、解释性理解和探究性理解。有必要探讨三种数学理解方式的含义及其课堂教学特征……又能为学生提高数学学习境界指明努力方向”<sup>[7]</sup>,数学学习过程的研究有助于认识数学学习的实质及基本特征,深化对数学学习过程的认识。

### (三)认知结构方面

认知结构方面的研究主要包括数学学习心理的CPFS结构理论,认知结构对数学学习影响,数学证明的认知结构,数学概念学习的认知分析,数和数学中部分和整体关系,小学生应用题认知发展的研究、应用题的结构成分特征分析,不同民族数学能力和认知结构发展研究等。数学知识在大脑中是以“结构”的方式储存,呈现个体独有的认知图式,数学思维的结构与数学科学的结构十分相似……数学教育的任务是使学生形成这些思维结构,并借助这些结构去认识数学结构”<sup>[2]</sup>。CPFS结构理论认为概念域、概念系、命题域,命题系构成数学学习的认知结构,数学的各个知识点在这个网络中处于一定的位置,知识点之间具有等价关系或抽象关系。与数学认知结构研究密切关联的数学表征研究方兴未艾。Eysenck从表征的方式上将表征分为“内部表征”与“外部表征”,内部表征诸如命题表征、类比表征,外

部表征诸如语言表征、图形表征。进一步的研究表明:外部表征方式影响数学应用题的解决,相比于装饰图、文字描述表征,信息图表征的成绩最佳”<sup>[8]</sup>。这方面的工作在一般心理理论与数学学科特点结合方面的研究提供了非常好的范例,对数学知识形成过程的不同侧面及影响因素进行了深入分析,澄清并升华了关于数学学习的认识。

#### (四)非智力因素方面

非智力因素方面的研究内容主要有情感和意志对数学学习的影响,学习动机、学习习惯、学习方式对数学学习的影响,幼儿数学学习自信心培养,自我概念、自我效能感与数学成绩的关系,数学“优生”与“学差生”的个性心理研究,数学焦虑对数学学习的影响等。有效的数学学习来自于学生对数学活动的参与,而参与的程度却与学生学习时产生的情感因素密切相关,如学习数学的动机与数学学习价值的认可”<sup>[9]</sup>。当前,我们虽然认识到学习动机、学生与学习情境间的相互作用对学习结果的重要影响,但是关于数学学习动机及社会心理因素的研究还较薄弱,此类研究目前还缺少数学学科的特点,包括课堂上的数学交流、数学表达、数学应用等相关心理活动研究。此外,关于数学“学困生”的心理特征研究也较为深入,数学“学困生”往往学习目标不明确,自主性不强,上课容易分散注意力,自我效能感低等。

### 三、数学学习心理研究存在的不足

#### (一)研究模式的水平较低

一方面,一些研究工作仅限于“一般心理学理论加数学例子”的低层次研究模式。对实际的数学学习情境及实际发生的数学学习活动关注不够,没有突出数学学习的规律。另一方面,对一般心理学理论的应用存在生搬硬套的现象,批判性地应用较少,不能很好地结合数学学科的特点。事实上,数学学习心理研究应更加关注数学教育教学实际中所存在的一系列问题,更加关注人们如何认识数学,如何理解数学、如何计算数学、如何应用数学等。问题的实质还不在于选择(或只能选择)哪一条途径,而在于无论选择哪一条途径都要注意理论与实践真正有机的结合”。<sup>[10]</sup>由此可见,一般学习理论与数学学习研究互为促进,互为补充,即运用基础学习理论解释具体的数学学习过程,同时,通过对数学学习问题的具体研

究,丰富和发展一般学习理论。需要明确的是,数学学习研究更多转向数学教学情境中的实际应用,将给数学学习研究带来新的活力。笔者认同国际数学教育心理学研究组(PME)提出的“以数学教学的实践为基本出发点建立自己的理论观点及其体系的研究倾向”<sup>[11]</sup>。

#### (二)研究问题的深度不够

数学学习研究的阶段主要集中于小学和初中,常量数学问题受到研究者的更多关注,而关于变量数学问题的研究则相对很少;初级数学思维的研究相对简单,也较容易操作,而关于高级数学思维特征的研究较为缺乏,无法深入论证高级数学思维和初级数学思维之间联系。高级数学思维以两种成分为主要特征:公理化、形式化的数学定义和严谨的逻辑演绎体系,而以高级数学思维为对象的研究更能体现数学思维的特性和数学概念形成的过程。心理学家研究数学学习,通常从心理学理论出发,主要针对数学学习中的简单问题进行测量与分析,并据此作出推断和解释。由于心理学家的数学知识水平相对不高,研究的视野往往较为狭隘,无法深入研究较高层次的数学学习问题,研究结论很难反映数学学习的整体特征。同时,心理学家往往会忽视数学学科本身的特殊性。数学知识有不同的表现形式,各种数学技能有不同的训练要求,数学思想方法也有不一样的适用性,这表明不同类型的数学学习有不一样的思维策略、领悟方式和心理意象。数学教育工作者主要立足于具体的数学学习,探讨学生的数学建构活动并分析其认知过程与机制;但数学教育工作者的研究方法有时还欠规范,研究工具还不够科学。因此,应提倡数学教育研究者与心理学家携手进行数学学习研究。

#### (三)研究视野的较为局限。

条件封闭、结论封闭的问题是代数问题研究的主要内容,该类问题的解决方法、思维方式都相对呆板,其对应的心理过程也相对简单;几何问题限于平面几何,立体几何的研究则鲜有著述。有些主题的数学学习研究国内较少开展,如感知觉、记忆、注意、表象、思维和言语等心理过程在数学认知过程的具体化。关于数学理解、数学表征、数学语言的专门研究也不多。以数学语言研究为例,数学语言(与自然语



言规则不尽相同)有自己一套独特的符号系统,符号按既定的逻辑规则形成合理的符号串。数学学习的目的之一就是会用数学语言表达数学内容,揭示数学思想方法,抽象数学模型,解决数学问题。关于数学语言使用和理解的研究较为薄弱,没有深入探讨学生在学习数学语言过程中的心理现象,从而也就无法为实际的数学教学提供更多的参考与借鉴。

#### 四、关于今后数学学习心理研究的思考

数学学习心理迄今尚无系统和完整的理论体系,许多问题需要深入探究,研究领域需要进一步开拓,方法需要进一步规范与创新。设想今后研究应注意以下几点。

##### (一)研究内容

以往主要针对的是传统的数学教材及其教与学,现在应为新课程的实施提供理论指导与实践支持。例如,过程与方法目标采用了“经历、体验、探索”等动词,情感、态度及价值观目标采用了“感受、认同、树立”等动词,如何来衡量不同动词的目标差异,如何科学地测量内隐的数学思考过程,如何评价学生的情感、态度、价值观,如何编排数学知识体系,如何展示知识顺序,使之与学生的数学认知规律相统一。研究不同年龄阶段的学生能够而且适合学习那些必需学习的数学知识,怎样使学生在规定的学业时间内尽可能地多学些数学知识?如何培养学生的数学应用能力和实践能力,特别是,我们不能期望单纯依靠在教学中引入更多的应用题(现实问题)就可有效地解决数学教学严重脱离实际这一长期存在的“老问题”,因为同样的问题在不同的环境中完全可能具有不同的意义”<sup>[12]</sup>。

##### (二)研究维度

对数学学习心理应展开多学科、多方位的探讨,从数学哲学、数学教育哲学、数学方法、数学思维、社会学、文化学、信息学与人工智能、神经科学等角度来深入探讨数学学习。如对数学学习心理的研究,必然涉及到“数学的本质”“什么样的活动是有效的数学活动”“数学认识 and 理解的规律与策略”等问题,这正是数学哲学及数学教育哲学需要回答的问题。关于“问题解决”的思维活动和“高层次数学思维”的现代研究,就为数学学习心理研究开拓了新的空间。在研究选题上,就个体研究而言,选题宜小不宜大,

关键在于做实、做细、做深;以往的数学学习心理研究恰恰缺少大型实验,由于它受到外在条件约束难于开展,那么能否有效组织学术团队(院校合作、大中小学合作)对较大、较核心领域的课题进行集体攻关,以求在数学学习心理研究上有更大的突破。

##### (三)研究定位

数学学习心理是一个交叉性较为突出的研究方向,因而在具体问题的研究上应采取审慎的态度,注意几个基本关系:借鉴一般学习心理学理论以突出数学学习心理学特色,对各心理学理论派别对数学学习影响的考证、分析,进而进行有选择的、有批判性的应用,数学学习理论的哲学性解释、心理性解释及生理性解释并重,研究方法上思辨与实证的平衡,定性与定量的统一。更值得一提的是,研究应注意立足本土、借鉴国际、推向国际。目前国内心理学界正在倡导心理学研究本土化,那么在借鉴心理学研究成果的取向上,是取自国内或是国外,这涉及到文化背景、语言习惯、情感态度等因素。在充分考虑数学学科特点的基础上,应实事求是地给予鉴别分析。同时,借鉴国际上数学学习心理学的研究成果与方法,依照国际规范开展研究,以利于进行有效的国际交流,将更多更好的数学学习心理学研究成果推向国际。

##### (四)研究成果的哲学分析与概括

传统的科学哲学主要从认识论的角度来研究科学,从科学是一种社会建制角度提出科学社会学为科学哲学的研究开辟了广阔前景,特别是科学知识的兴起,把知识作为专门的研究对象,承认科学是最重要的特殊的知识类型。为此,在数学学习心理理论的构建上,尽量从较高的理论高度来概括是非常必要的,任何一种有影响的心理学理论,都是建立在明确的哲学思想指导”<sup>[13]</sup>,这有助于提高认识的自觉性与深刻性。

#### 参考文献:

- [1] M.Niss, Abstracts of Plenary Lectures and Regular Lectures of ICME9 [M]. Tokyo: Makuhari Press, 2000: 2.
- [2] 《数学教育学导论》编写组. 数学教育学导论[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990: 45.
- [3] 喻平. 数学教育心理学[M]. 南宁: 广西教育出版社, 2004: 6.

- [4] 郑毓信,梁贯成. 认知科学、建构主义与数学教育[M]. 上海:上海教育出版社,1998:74.
- [5] 皮亚杰. 结构主义[M]. 倪连生,王琳,译.上海:商务印书馆,1984:84.
- [6] 朱玉成,刘茂军,肖利.建构主义要审慎慎用[J]. 现代中小学教育,2013(4):1-5.
- [7] 徐彦辉.数学理解三种方式及其课堂教学特征[J]. 中国教育学刊,2012(1):59-61.
- [8] 邢强,蔡新华,刘大革.外部表征、工作记忆对小学生数学应用题解决的影响[J]. 教育研究与实验,2015(5):37-42.
- [9] 黄翔,马复,张春莉. 数学学习与学生身心发展的关系[J]. 学科教育,2012(11):26-30.
- [10] 黄翔.关于数学学习心理研究的几个问题[J]. 教育研究,2003(1):86-89.
- [11] 李士琦.PME:数学教育心理[M]. 上海:华东师范大学出版社,2001:1.
- [12] 郑毓信.试析新一轮课程改革中小学数学课堂教学:由若干小学数学课例说开去[J]. 课程·教材·教法,2003(4):29-33.
- [13] 曹才翰,章建跃.数学教育心理学[M]. 北京:北京师范大学出版社,1999:7.

责任编辑 潘伟彬

## The research overview on mathematics learning psychology

HUANG Jia-yang

(Quanzhou No. 1 Middle School, Quanzhou, Fujian, 362002, China)

**Abstract:** Mathematics learning psychology research is the basis of mathematics education theory research. Due to the abstractness, strictness and application of mathematics itself, the research on mathematics learning psychology cannot be simply transplanted general learning psychology research conclusion, but should start from the characteristics of mathematics. The summary and analysis of the existing research is helpful to grasp the trend of the development of mathematics learning psychology research and promote the research on mathematics learning psychology.

**Key words:** mathematics learning; learning psychology; cognitive learning

(上接第46页)

## The compiling of dialect words in the fifth and sixth editions of *Modern Chinese Dictionary*

LIU Li-juan

(College of Liberal Arts, Qufu Normal University, Qufu, Shandong, 273165, China)

**Abstract:** Dialect words are an important part of Mandarin and *Modern Chinese Dictionary*. Taking the fifth and sixth editions of *Modern Chinese Dictionary* as the research object, this paper compared the number, form, sound and meaning of dialect words. It can find the compiling characteristics of stability and expansibility, the universality of newly-added dialect words, and the diversity of newly-added dialect word types; it can also be found that the factors of culture, economy, lifestyle, psychology and emotion, and language itself influence the compiling of dialect words.

**Key words:** *Modern Chinese Dictionary*; dialect words; compiling change