参数估计

郭璐

e-mail Margaret_guo@126.com

本章你将学到什么？

- 什么是参数估计
  - 点估计
    - 点估计的步骤
    - 无偏估计的标准
  - 区间估计
    - 区间估计的步骤
    - 置信区间的影响因素

一起来思考！

- Gallup就消费者对美国产品质量的看法，对美国、德国、日本的消费者分别进行了调查，结果表明：有55％的美国人相信美国产品的质量非常好，而持同样看法的德国人和日本人的比例分别是26％和17％。其抽样误差为3%，怎么来估测美国、德国和日本总人口对美国产品的看法呢?

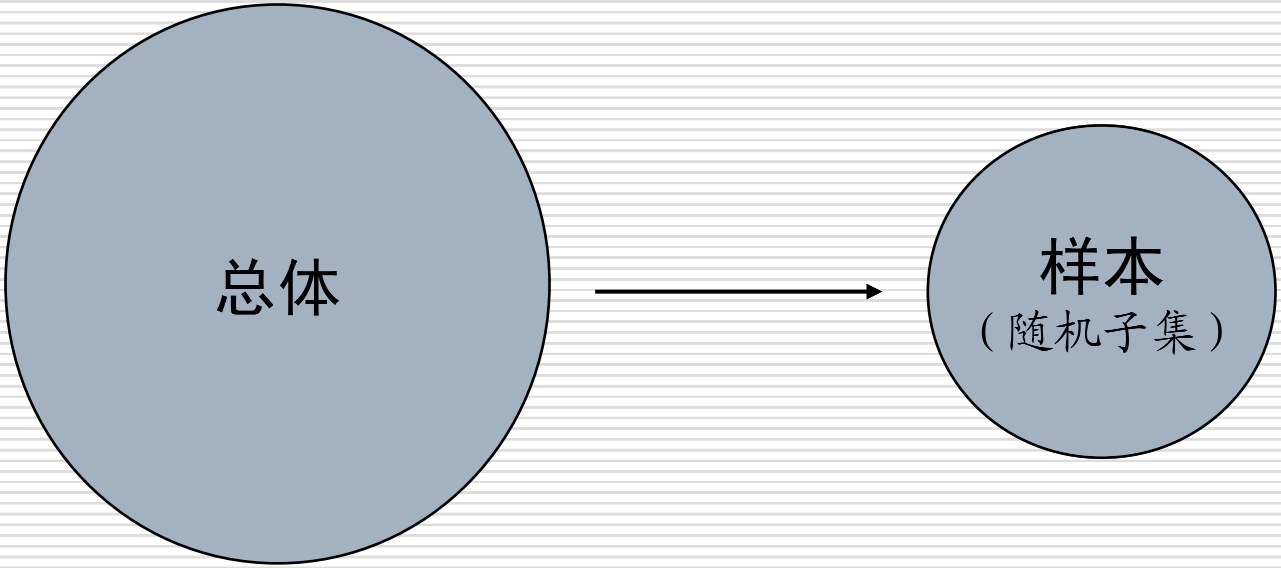
- 你是否认为美国、德国和日本的消费者在评价美国产品的质量时所持的观点的确不同呢?

统计推断（推论统计）

- 统计推断是一个过程，它能从样本数据得出与总体参数有关的结论。
  - 参数估计(找出总体的参数是多少)
  - 假设检验(考察总体的参数值是否等于某个感兴趣的值)

样本统计量和总体参数

- 样本统计量(sample statistics)：从样本数据中计算出来的数值。通常用26个罗马字母进行表示。
- 总体参数(population parameter)：从理论上可以从整个总体中计算出来的数值。通常用希腊字母进行表示。



总体和样本的关系

	μ	均值	$\overline{X}$	
未知参数	σ	标准差	S	已知统计量
	Π	百分数	P	

抽样误差

- 抽样误差(sampling error):测量样本和总体特征近似程度的量数，基本上就是样本统计量和总体参数之间的差异。

- 我们如何得到抽样误差?
  - 标准误

$$\overline{X}\text{的标准误} = S_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

想想看！

- 假设你正在研究平均一个驾车的中国人一年要得到多少交通罚单，报告研究结果的方法有两种：10或者“8－12之间”，你更喜欢用哪一个值来代表一个驾车的中国人一年领到的交通罚单数？为什么？

点估计(point estimation)

- 点估计即一个用来估计总体参数的数。
- 好的点估计的标准
  - 大量样本的样本统计量的均值等于总体参数的真值（无偏估计）
  - 许多重复抽样所得的估计值不应离真值太远
  - 当样本容量趋于无穷的时候，统计量趋于被估计的参数，称该统计量为一致的

例

58.0 57.8 61.0 59.4 55.8 63.2 59.0 60.6 57.4 58.6

- 常用的好的点估计

$$\bar{X} \longrightarrow \mu \qquad S \rightarrow \sigma$$

区间估计

- 区间估计指明一个区间以及该区间覆盖总体未知参数的概率的估计方法。

  - 置信区间(confidence interval)：总体参数的取值范围。
  - 置信度(置信水平)：该区间覆盖未知的总体参数的概率。

注意：置信区间的含义

区间估计的步骤

- 获得一个样本统计量，该统计量应该为总体参数的一个好的点估计量
- 确定该估计量的抽样分布
- 获得枢轴量也即某理论变量(只与待估计的总体参数有关，与其他未知的总体参数无关)
- 确定枢轴量的范围(一次观测通常不是小概率事件)
  - 显著性水平（小概率事件的标准）
  - 置信水平
- 令枢轴量落在大概率事件范围内，反解出未知参数的范围，此范围即为待估计总体参数的取值范围，即置信区间。

总体均值估计实例

- 一位研究者希望研究体育锻炼对心理健康的影响，他随机抽取了100名被试，并让他们参加为期半年的体育锻炼。在随后实施的心理健康测试表明，该样本的心理健康均值为85分，同类所有人口的心理健康常模分数为80±10分。
- 请问参加体育锻炼半年后，总体的心理健康水平的均值是多少？

总体均值的估计（正态分布）

- 总体正态分布，或非正态分布，但样本容量大于30时，总体方差已知时，适用于正态分布进行区间估计
  - 此时样本统计量为$\overline{X}$，标准误为$SE=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$，则总体平均数在置信水平$1-\alpha$的置信区间为：

$$\overline{X}-Z_{\alpha/2}SE<\mu<\overline{X}+Z_{\alpha/2}SE$$

  - 通常在问卷有常模时使用。

总体均值估计实例

- 某心理学家开发了一套测量自尊的问卷，想获得某总体自尊的总体均值。他随机选取了40名个体并对其进行施测，得到的结果为：该样本自尊水平的均值为43分，样本的方差为10。
- 如果所有同类个体在这套问卷中的得分呈正态分布，其均值是多少？

总体均值估计（*t*分布）

- 总体正态分布，或非正态分布，但样本容量大于30，<u>总体方差未知时，适用于*t*分布进行总体均值的区间估计。</u>

➢ 此时样本统计量为$\overline{X}$，标准误为$SE=\frac{S}{\sqrt{n}}$，则总体平均数在置信水平$1-\alpha$的置信区间为：

$$\overline{X}-t_{\alpha/2}SE<\mu<\overline{X}+t_{\alpha/2}SE$$

**注意：自由度$df=n-1$

独立组总体均值差异的估计实例

- 某生产玩具的厂家注意到不同性别的个体可能在购买玩具的花销上存在差异。
- 研究者随机调查了62名某年龄段的个体在一段时间内在购买玩具上的消费情况，其中男女数目各半，男性平均开销为1200元，标准差为200元，女性平均开销为1600元，标准差为150元。
- 如果假设这个年龄段的男性和女性在一段时间内购买玩具的开销均服从正态分布，且方差相等，现在问这个年龄段的女性比男性在购买玩具上的支出多多少？

独立组总体均值差异的估计（t分布）

- 好的点估计量 $\overline{X}_1 - \overline{X}_2$
- 两独立样本，总体均为正态分布，且方差相等，样本均值的差符合 t分布
- 总体方差的估计 $S_p^2 = \dfrac{S_1{}^2 df_1 + S_2{}^2 df_2}{df_1 + df_2}$
- 均值差异的标准误 $S_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}^2 = S_p^2\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right) = \dfrac{S_1{}^2 df_1 + S_2{}^2 df_2}{df_1 + df_2}\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)$
- 注意：$df = n_1 + n_2 - 2$

相关组总体均值差异的估计实例

- 某研究者希望研究体育锻炼对焦虑情绪的改善作用，他随机选取了10名被试，首先采用焦虑量表获得其焦虑情绪的分数；经过6个月的体育锻炼后，再次进行测量，两次分数如下。
- 78 87 95 63 51 95 75 68 48 83
- 72 62 84 68 50 70 58 63 30 75
- 如果人群总体的焦虑属于正态分布，现在的问题是，同质的人群总体在经过相同的体育锻炼后，焦虑分数会减少多少分?

相关组总体均值差异的估计（t分布）

- 形成一个新的变量D，每个个体在D变量上的取值为前后两次测量的差值
- 变量D符合$df=n-1$的t分布，适用于t分布进行区间估计

$$t=\frac{\overline{D}-\mu_D}{S_{\overline{D}}}$$

影响置信区间的因素

- 样本容量
  - 大样本包含的信息量大，而信息量大的置信区间短
  - 大样本的统计量值距离真值更近
- 置信水平
  - 置信水平低，则置信区间短
- 样本方差
  - 相同置信度时，样本方差越大（样本数据越分散），置信区间越大