我国数学试题与PISA数学试题的比较及启示

梅松竹[1] 王燕荣[2]

(1. 北京师范大学数学科学学院 100875) (2. 太原师范学院数学系 030012)

1 PISA与其数学测试题简介

当前,我国基础教育课程改革正在如火如荼地进行,在课程理念、教材编制、课堂教学等方面正在发生着巨大的变化.然而,学业成就评价改革进展缓慢,特别是考试方式和试题编制方面变化甚微.就数学学科而言,我国仍在沿用旧有的评价方式,纸笔测试的标准化考试依旧盛行,数学试题的编制没有实质性的改变,仍过于关注显性知识和基本能力,却忽视了新课改所倡导的许多新的理念、思想和方法.

在国际上,涉及数学学业成就的评价项目很多.其中,PISA(Programme for International Student Assessment,简称PISA)是经济合作与发展组织(OECD)策划并发展的一项著名的国际性学业评价计划,旨在评价学生应用所学的知识和技能解决实际问题的能力.PISA是基于终身学习的动态模型而设计,其评价思想的价值取向是为生存而学习(Learners For Life)[1].因此,PISA测试的主要目标不是课程知识,而是在现实情境下应用知识解决问题的能力.为了达到这个目标,PISA研究中心精心编制了多套测试问卷,对15岁学生的阅读、数学和科学素养展开测试,并编制了背景问卷,从学生、家庭、学校、教育体制等方面进行相关分析.

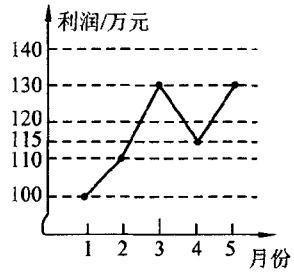
PISA所测量的数学素养,是指在各种情境下认识、使用和解释数学的个人能力,包括数学推理和使用数学概念、程序、事实和工具来描述、解释和预测现象,有助于个体理解数学在现实世界中的作用,并作为有创见的、关注社会生活的、反思性的公民所作出的合理判断和决策[2].由此可见,PISA更多关注学生适应未来生活所必须的数学潜能和数学应用能力.

PISA测试每三年举行一次,每次以一种素养测量为主,PISA2003首次重点测量了数学素养.PISA数学试题从三个维度(内容、过程、情境)、三个能力群(再现、联系、反思)和六级表现水平对学生的数学素养进行评价[3].PISA数学试题与我国数学试题有较大的区别,在出题理念、测试目标、测试内容、试题情境、能力考查、试题编制、试卷评阅等方面都有可举之处.笔者将结合两则实例分析比较PISA数学试题与我国数学试题的异同,以期可以优化和发展我国的数学试题编制,从而更加科学有效地对我国基础教育进行评价.

2 我国数学试题与PISA数学试题例析

2.1 安徽省中考数学试题例析

CodeT1:某企业1—5月分利润的变化情况如图所示,以下说法与图中反映的信息相符的是(　　).



第6题图

A. 1—2月份利润的增长快于2—3月份利润的增长;

B. 1—4月份利润的极差与1—5月份利润的极差不同;

C. 1—5月份利润的的众数是130万元;

D. 1—5月份份利润的的中位数为120万元.

答案为C,答对得4分,答错不得分.

此题是2010年安徽省中考试题的第六道选

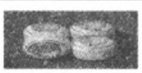
万方数据

择题，是我国学生所熟悉的出题方式，通过一个折线图，刻画出企业利润随着月份的变化趋势. 该题共设计了四个选项，要求从折线图中获取信息，选择唯一正确的答案. 顺利解答此题的必要条件是从折线图中获取正确的信息，以及对极差、众数、中位数概念的正确理解. 从统计图表中获取信息、整理信息、分析信息和描述信息是新课标的基本要求，也是中考的必考内容.

近年，虽然我国的毕业考试题目开始尝试从“知识立意”向“问题立意”和“能力立意”的转移，但推行得比较缓慢[4]. 其中，一个非常重要的原因是：试题描述的“问题”往往远离学生的真实生活，“能力”的界定和培养也比较模糊. 此题编制的出发点是“能力立意”，但体现能力的层次还比较低，范围也比较窄，仍属于应试型的一类题目.

2.2　PISA 数学试题例析

CodeT2：艾里克是一位狂热的滑板迷 . 他到一家名为 SKATERS 的商店去确认几种价格. 在这家店你可以买到一个组装好的滑板. 或者，你也可以买一块板子，4 个为一组的轮子，2 个为一组轮架和一套金属零件，来组装你自己专属的滑板. 商店里的产品价格如下表.

产品	价格(zeds)	图示
组装好的滑板	82 或 84	
板子	40 或 60 或 65	
4 个为一组的轮子	14 或 36	
2 个为一组的轮架	16	
一套金属零件(轴承，橡胶垫，螺丝和螺丝钉)	10 或 20	

问题 1：艾里克想组装他自己的滑板. 在这家店自己组装滑板的最低价格及最高价格分别是多少？

(a)最低价格：____zeds.

(b)最高价格：____zeds.

Code21：a 为 80 且 b 为 137；Code11：仅 a 为 80；Code12：仅 b 为 137；Code00：其他；Code99：空缺.

问题 2：店里提供三种不同的板子，两组不同的轮子和两套不同的金属零件. 但只有一组轮架可以选择. 艾里克可以组装几种不同的滑板？

A. 6　B. 8　C. 10　D. 12

Code1：D；Code0：其他；Code9：空缺.

问题 3：艾里克有 120 zeds，他想用这些钱买最贵的滑板. 以下 4 个部件分别可以负担多少钱？在下表中写出你的答案.

部件	
板子	
轮子	
轮架	
金属零件	

Code1：板子 65zeds，轮子 14zeds，轮架 16zeds，金属零件 20zeds ；Code0：其他；Code9：空缺.

这是代号为 M520Skate 的 PISA 数学测试题，考查的内容是数量关系，问题情境则是个人生活情境.

问题 1 是封闭题型，能力群层次为联系，要求学生正确阅读图表，理解日常语言和数学语言的关系，整合情境中的复杂信息，理解非连续性文本的含义，理解组合的意义，并判断出最高和最低组合的形式. 该问题没有规定具体的解题策略或方法，或一一尝试，或一步到位，可以考查出学生不同的能力等级.

问题 2 是选择题，能力群层次为联系，要求学生在约束条件下进行排列组合并论证，不能遗漏任何一种可能性，难度较小，并且选择题也增加了随机猜测的可能性.

问题 3 是开放题，能力群层次为反思，要求学生既要照顾到总量 120zeds 的约束，又要考查最贵的目标取向，学生必然要在所有的组合中进行比较、筛选，充分运用思考和推理，创造性提出解答并进行反思. 该问题要求学生综合运用知识、技能分析具体情境下的数学要素，将现实问题“数学化”，并进行深刻的理解和反思，直至提炼出具有迁移性的问题解决策略.

M520Skate 测试题包含了三种题型，从不同

万方数据

的思维方式来考查学生，并以单元的形式成组编排，每个单元创设一个复杂的情境，且具有关联性，避免了完全不同情境下询问单个问题，节省了被测熟悉材料的时间. 此测试题完全来源于学生实际，体现了“数学源于生活、寓于生活、服务于生活”的思想，而并没有人为地编造虚假情境来禁锢学生的想象力. 另外，试题的评分标准采用了双位编码制，如问题1，代码的第一位数字代表被测应得分数，第二位数字表示被测的作答类型，这样就可以区分相同得分下的不同错误类型，从而为学生作出个性化的诊断[5].

3 我国数学试题与PISA数学试题比较分析

PISA关于数学素养的评价反映出与我国数学考试完全不同的理念和技术，PISA更多关注学生运用数学知识解决问题的能力，而不是知识本身；更多关注学生个性发展与成长，而不是筛选与甄别.

3.1 出题风格

T1是典型的中国式数学试题，考查的是具体的数学概念、识图能力和计算技能，属于应试型风格. T2是PISA的出题方式，没有明确考查的数学概念或知识，但是需要学生综合运用相关知识和技能来分析、判断条件，解释并验证结论，属于应用型风格. 我国数学试题主要考查的是学生对于知识和技能的掌握程度，而PISA数学试题主要考查学生的数学素养.

3.2 出题理念

T1主要是为了判断学生是否掌握极差、众数、中位数这三个统计量，以及能否理解折线统计图，并进行恰当的运算，是为了甄别学生是否掌握基础知识和具备识图能力而设计. T2则围绕学生身边的现实问题展开，以复杂的现实背景来呈现问题，是为了促进学生个体发展，适应未来社会生活而设计的.

3.3 测评目标

T1是检验学生对于显性知识的掌握和识图的能力，有较为固定的思路、方法和解题程序，这与我国的课程标准和考试要求相吻合. T2是考查学生运用知识和技能解决实际问题的能力，是一种开放性的考查方式，没有固定的方法和策略，考查的是学生在约束条件下的取舍、判断、推理等综合能力.

3.4 测评内容

T1考查的内容是数与运算，侧重于核心概念和重要原理、法则，要求学生具备准确而熟练的计算能力，这是中国数学考试的显著特点. T2考查了现实背景下的数量关系，不但具有考查知识的功能，更具有培养学生潜力的作用. 试题的测评内容具有导向性，可以引导教学对特定领域的格外关注. 同时，试题编制的范围，也是整个评测体系建立的基本和关键要素，直接关系到评价的科学性和有效性[6]. 我国数学试题编制范围的确定是基于国家课程标准和考试大纲，还与各地区的教育现状和试题开发者对于评价对象的主观理解有很大关联.

3.5 测试情境

T1的问题情境是企业环境，是学生并不熟悉的场所，是一种虚拟情境，学生只能靠主观想象来构建问题的要素，往往会失真，甚至完全偏离原意. T2的情境是学生个人所熟悉、日常接触到的，感觉很亲切，也比较容易引起共鸣. 将数学学习融入日常生活之中，在生活中领悟数学的作用，这就是“数学即生活、生活即数学”的写照.

3.6 测试能力

T1主要考查识图能力、运算能力和逻辑思维能力，考查范围相对较窄，也缺乏更深层次的思考. T2不仅考查了运算、思考与推理能力，还考查了问题提出与解决、方案判断与选择、情境中具体论证、数学语言陈述等能力，考查范围较广，能体现PISA关于数学素养的综合性目标.

3.7 试卷评阅

T1采用单选题出题形式，答案唯一，采用一刀切分数制，无法鉴别出学生是分析计算得来结果，还是随意猜测得到结论. T2的答案虽然也唯一，但是采用了双位代码评分制度. 双位代码可以看出不同的问题解决方法，容许保留认知过程和知识之间大不相同的反应和回答[7]. 这样，教师就可以洞悉相同得分背后所隐藏的不同的合理因素，从而可以实行个性化的学习指导.

4 借鉴与展望

通过比较我国数学试题和PISA数学测试题编制的异同，借鉴PISA试题编制的优点，对我国基础教育试题编制具有启示作用.

万方数据

4.1　试题编制要体现评价理念和考试目标

在编制试题之前先要判断考试的性质，不同的考试具有不同的评价理念和考试目标，命题方式和要求也自然有所不同. 普通的学业考试，通常以立足基础知识、发展基本能力为目标；高利害的选拔性考试，如高考或奥赛，则需适当增加试题的甄别、筛选功能.

PISA 的经验告诉我们，要以长远的、发展的眼光来看待学业测评，在终身学习的理念下，从人性、理性的角度来科学地编制试题，把基础知识和基本能力作为考查的手段，重在引导学生理解数学的本质，体验数学经验的获得过程，养成良好的学习习惯和科学的思维方法，从而培养学生提出、分析、解决问题的能力.

4.2　试题编制要立足学生现状

试题编制要符合学生的认知能力和心理发展水平，不要随意拔高或降低难度，或超出课程标准和考试大纲规定的范围. 因此，试题编制要体现量力性原则，要考虑学生的实际情况，过于简单达不到测评目的，过于复杂会使学生望而生畏. 因此，试题难度应该是学生力所能及的[8]. 同时，试题的呈现方式必须符合学生的语言理解水平和表达习惯，表述要清晰明确、无任何歧义. 此外，试题的情境要与学生生活的真实情境相吻合，虚假情境和远离学生生活的情境只会让学生感觉到数学离他们很远，无法让他们对数学产生亲近感，学习数学的兴趣则无从谈起.

4.3　试题编制要体现思维方式的多样性

试题编制时不要过多设计那些思路单一、答案唯一的题目，这些题目的训练只会使学生的数学思维越来越僵化，创新意识和创新能力被弱化，对于学生综合素养的提高无实质性意义. 其实，我们可以有意识地设计一些从不同角度，利用多种方法思考和解决的实际问题，培养学生思维的广阔性和灵活性. 对于题目的形式、内容和解法都要尽量多元化，要从不同的角度去考查基础知识和基本技能，同时发展学生的判断能力、反思能力、创新能力和公民意识.

参考文献

1　李广. 为生存而学习—PISA 评价思想价值取向研究[J]. 外国教育研究，2005，7：41

2　OECD：Draft PISA 2012 mathematics framework. pdf[EB/OL]. http://www.oecd.org/dataoecd/8/38/46961598.pdf，2010－11－30

3　OECD. Learning for Tomorrow's World：First Results from PISA2003[M]. Paris：OECD，2004：37－47

4　孔凡哲等. PISA 对我国中小学考试评价与质量监控的启示[J]. 外国教育研究，2005，5：74

5　OECD. PISA2003 Technical Report[M]. Paris：OECD，2005：135－156

6　沈南山，杨豫晖，宋乃庆. 数学学业成就评价测查试题编制研究[J]. 教育研究，2009，9：58

7　苏洪雨. PISA：数学素养测试题的设计和研发过程[J]. 教学与管理，2008，5：50

8　冯天祥. 数学教师的基本功：数学试题的编制[J]. 课程·教材·教法，2006，12：46

（上接第 17 页）

现的时机和顺序，对问题做适当的引导. 本节课中，问题 3－1，要回答一组数据有何特点，可引导学生从数据的个数、位置、变化规律等主要方面考虑.

4.3　实现“过程”教学，关键在于思维的暴露

数学过程的核心是思维过程. 前文仅结合数列的概念，阐述教学中着力体现的几个主要过程. 现代教学提倡教师引导下学生主动积极的思维活动，要引导学生暴露思维的过程，但这不意味不要体现教师的思维，而且因课堂时间的限制，或因教学内容的需要，如在解题教学中，教师常常需要“显化”自己的思维，介绍自己经历了哪些探索，尤其是在思维受阻时，又是如何调整思路的，是怎样想到这样调整的；有时，我们还需要结合教学内容展示数学家的思维. 实践表明，适当展示教师的思维、数学家的思维过程，同样能对学生的思维起到积极的启发作用，收到较好的教学效果.

参考文献

1　郑君文，张恩华. 数学学习论[M]. 南宁：广西教育出版社，1996：33

2　章建跃，陶维林. 概念教学必须体现概念的形成过程—“平面向量的概念”的教学与反思[J]. 数学通报，2010，1：28

3　曹才翰，章建跃. 数学教育心理学[M]. 北京：北京师范大学出版社，1999：92

万方数据

我国数学试题与PISA数学试题的比较及启示

万方数据 WANFANG DATA 文献链接

作者： 梅松竹， 王燕荣
作者单位： 梅松竹(北京师范大学数学科学学院 100875)， 王燕荣(太原师范学院数学系 030012)
刊名： 数学通报PKU
英文刊名： Bulletin des Sciences Mathematics
年，卷(期)： 2012,51(6)

参考文献(8条)

1. 李广 为生存而学习-PISA评价思想价值取向研究 2005
2. OECD Draft PISA 2012 mathematics framework.pdf 2010
3. OECD Learning for Tomorrow's World:First Results from PISA2003 2004
4. 孔凡哲 PISA对我国中小学考试评价与质量监控的启示 2005
5. OECD PISA2003 Technical Report 2005
6. 沈南山;杨豫晖;宋乃庆 数学学业成就评价测查试题编制研究 2009
7. 苏洪雨 PISA:数学素养测试题的设计和研发过程 2008
8. 冯天祥 数学教师的基本功:数学试题的编制 2006

本文链接：http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_sxtb201206005.aspx